

Vorlesung: Bildgebende Verfahren in der Medizin I

Leiter: Prof. Dr. rer. nat. Olaf Dössel
2. Prüfer: Giorgio Luongo, M.Sc.; Carmen Martínez Antón, M.Sc.

Klausur

27, März 2021
Beginn: 14:00 Uhr

Familienname:	AUFKLEBER
Vorname:	
Matrikel-Nr.:	

Angaben zur Klausur:

Die Arbeitszeit beträgt 2 Stunden; Hilfsmittel sind nicht erlaubt, außer einem Taschenrechner.

Der Lösungsweg muss vollständig angegeben und nachvollziehbar sein.

Dokumentieren Sie Ihre Überlegungen, geben Sie erläuternde Kommentare. Bei Formeln müssen die verwendeten Größen angegeben werden, bei Diagrammen müssen die Achsen beschriftet werden.

Verwenden Sie nur dokumentenechtes Schreibzeug!

Die maximal erreichbaren Punkte pro Aufgabe sind der Tabelle zu entnehmen.

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Gesamt
Punkte:	12	5	5	9	11	10	9	9	8	8	86
erreicht:											

Note:_____

Röntgentechnik

Frage 1

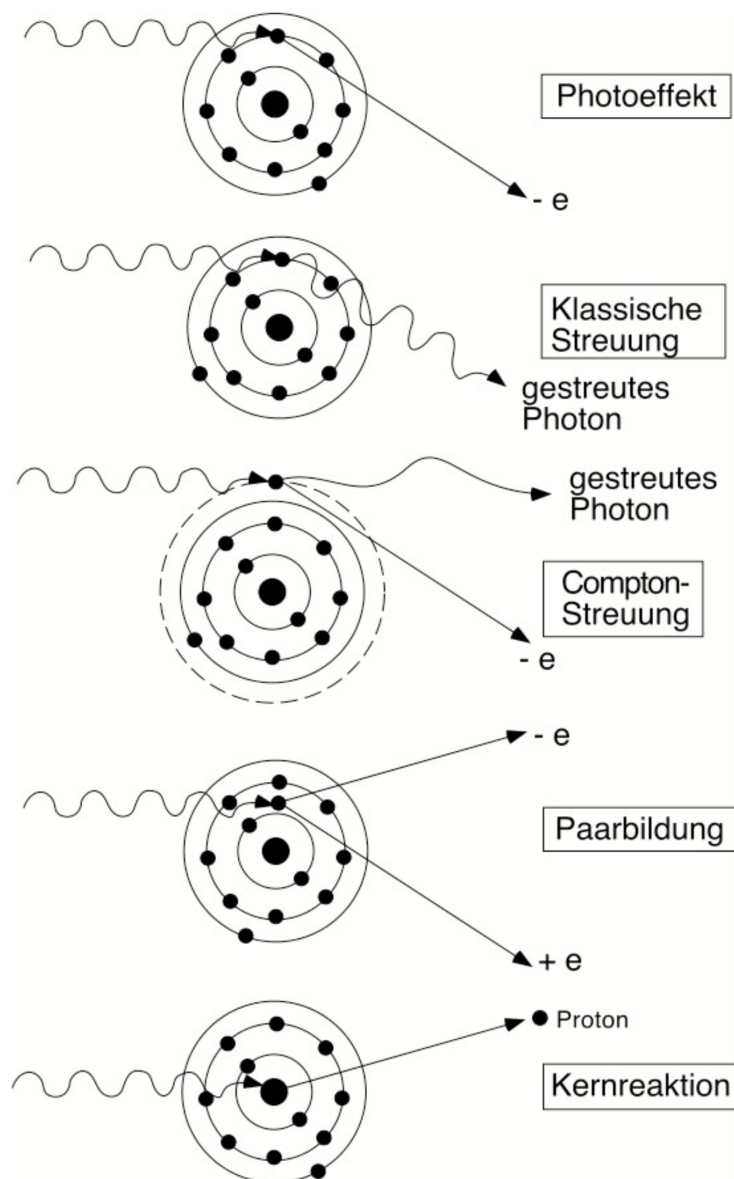
(12 Punkte)

Allgemeine Begriffe in der Röntgentechnik.

- (a) Der in der Röntgentechnik eingeführte Schwächungskoeffizient μ kann als Summe von Schwächungskoeffizienten für die einzelnen Wechselwirkungsarten dargestellt werden. Nennen und skizzieren Sie diese fünf Wechselwirkungsarten. (5 Punkte)
- (b) In der Medizintechnik benötigt man Röntgenquellen mit bestimmten Eigenschaften. Nennen Sie technischen Komponenten, aus denen eine Röntgenquelle aufgebaut ist. (4 Punkte)
- (c) Für die Auswahl eines Anodenmaterials sind mehrere Kriterien ausschlaggebend. Könnte Kupfer als Anodenmaterial verwendet werden? Warum/Warum nicht? (3 Punkte)

Lösung:

(a)



- (b)
- Anoden
 - Drehlager
 - Gehäuse und Durchführungen

- Filter
- Motor
- Kathode und Stromregelung
- Generator
- Belichtungssteuerung

(c) Kupfer kann ein Anodenmaterial sein, weil die folgenden Kriterien zur Auswahl eines geeigneten Anodenmaterials alle von Kupfer erfüllt werden:

- hohe Ordnungszahl Z
- hohe Schmelztemperatur T_{max} ,
- hohe Wärmeleitfähigkeit λ .

Frage 2

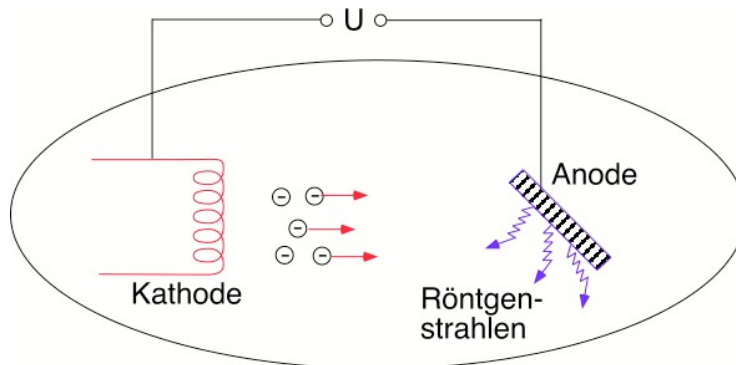
(5 Punkte)

Zur Nutzung der Röntgentechnik in der Diagnostik muss man sich zunächst mit der Erzeugung von Röntgenstrahlung beschäftigen:

- (a) Skizzieren Sie einen einfachen Aufbau zur Erzeugung von Röntgenstrahlung. (3 Punkte)
- (b) Nennen Sie alle Formeln, die Sie benötigen um aus der angelegten Spannung U_a die minimale Wellenlänge der Röntgenstrahlung zu erhalten und lösen Sie nach dieser auf. (2 Punkte)

Lösung:

(a) Aufbau zur Erzeugung von Röntgenstrahlung:



- (b)
- q = Ladungsquant
 - U = Beschleunigungsspannung
 - f = Frequenz eines Photons
 - λ = Wellenlänge eines Photons

Zur Berechnung der Energie der Spannungsquelle: $E = q \cdot U$

Zur Berechnung der Energie eines Photons: $E = h \cdot f$ Mit der Umrechnung der Frequenz zur Wellenlänge: $f = \frac{c}{\lambda}$ folgt

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{E}$$

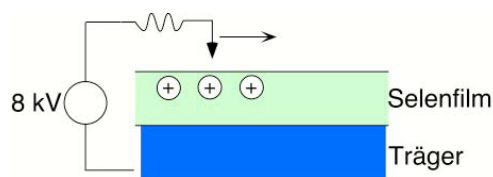
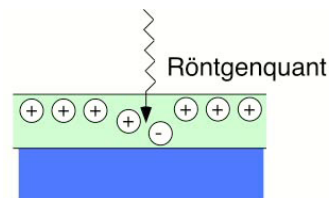
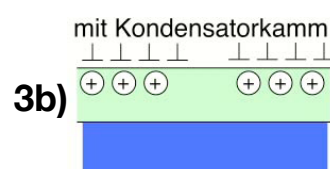
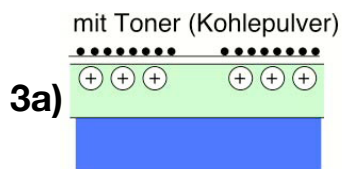
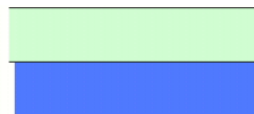
Frage 3**(5 Punkte)**

Eine Alternative zum Röntgenfilm ist die Bildaufnahme mit Selen-Filmen. Nachfolgend wird die Xeroradiographie betrachtet. Beschreiben Sie die Vorgänge bei der Bildaufnahme mit einer Selen-Schicht (Xeroradiographie) anhand einer Serie von Bildern, die jeweils die Ladungsverteilung in der Selen-Schicht zeigen. Auf welche zwei Arten kann das latente Bild im Selen-Film ausgelesen werden?

- (a) Beschreiben Sie die Vorgänge bei der Bildaufnahme mit einer Selen-Schicht (Xeroradiographie) anhand einer Serie von Bildern, die jeweils die Ladungsverteilung in der Selen-Schicht zeigen. Auf welche zwei Arten kann das latente Bild im Selen-Film ausgelesen werden?

(5 Punkte)**Lösung:**

- (a) Aufbau zur Speicherung von Röntgenstrahlung:

1) Aufladen:**2) Belichten:****3) Auslesen:
2 Möglichkeiten****4) Löschen:**

Bildverarbeitung

Frage 4

(9 Punkte)

- (a) Geben Sie einen Faltungskern für einen 3x3 Sobelfilter in x-Richtung (S_x) an und nennen Sie eine Einsatzmöglichkeit dieses Filters. Warum kann dieser Faltungsfilter durch eine Systemübertragungsfunktion beschrieben werden? (3 Punkte)

- (b) Erläutern Sie die grundsätzliche Idee des Watershed-Algorithmus zur Segmentierung von Bilddaten. (3 Punkte)

Hinweis: Eine mathematische Formulierung ist in dieser Aufgabe nicht erforderlich.

- (c) Eine Möglichkeit der Bildverbesserung ist die Grauwerttransformation. In Abbildung 1 finden Sie das Originalbild und das dazugehörige Histogramm. Bei diesem Bild wurden verschiedene Punktoperatoren Ω angewendet, die eine Grauwerttransformation $g'(x, y) = \Omega(g(x, y))$ bewirken (Wertebereich: $[0, 255]$). Geometrisch kann Ω auch als Transformationskennlinie beschrieben werden. (3 Punkte)

Ordnen Sie die daraus resultierenden Histogramme (Abbildungen 2: 1,2,3) den entsprechenden Transformationskennlinien (Abbildungen 2: 4,5,6) zu, die den Grauwert g des Originalbildes auf den Grauwert g' abbildet ($g' = \Omega(g)$).

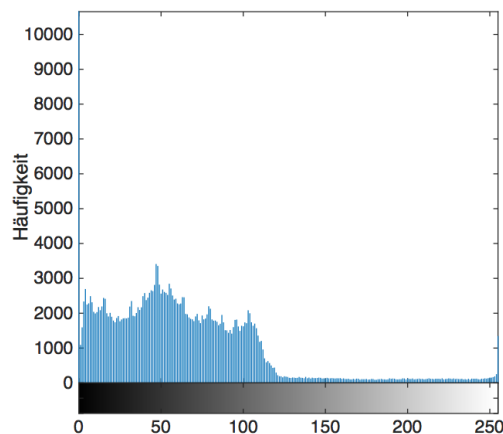
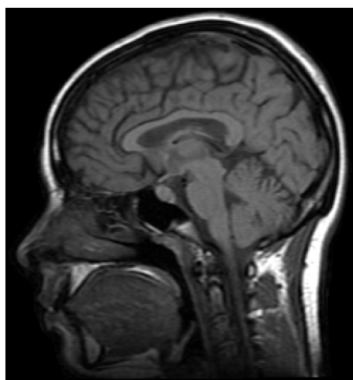


Abbildung 1: Originalbild (links) und Histogramm (rechts)

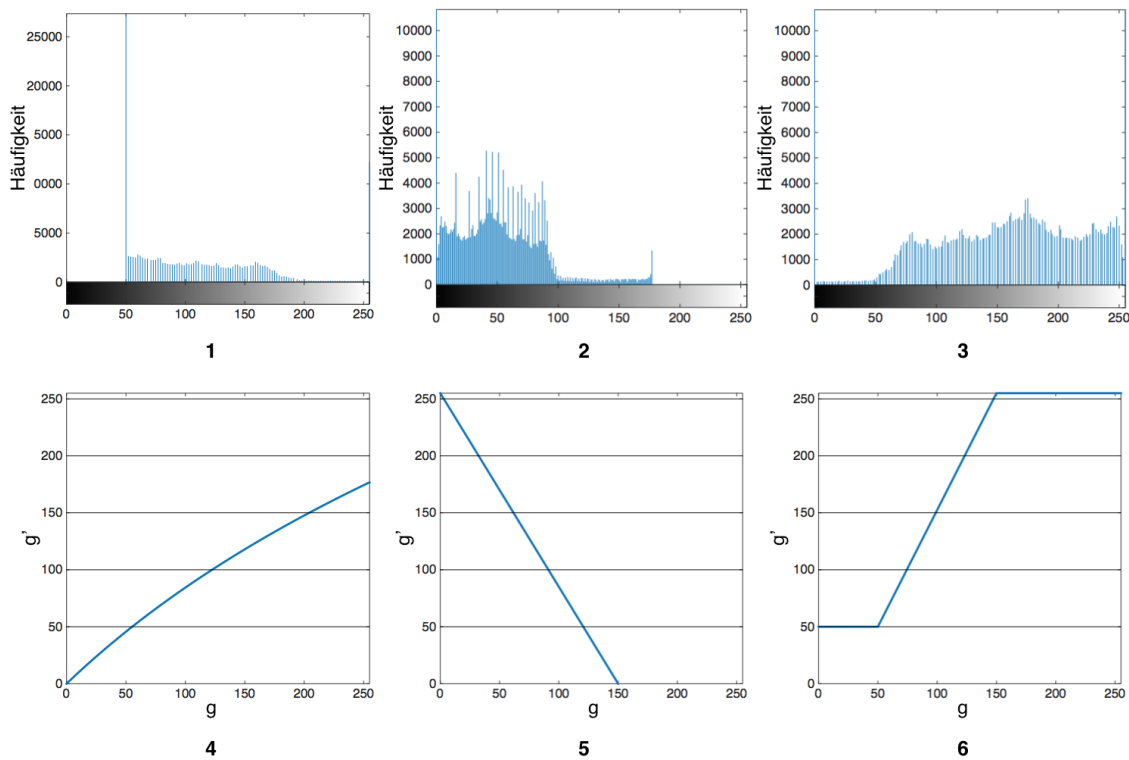


Abbildung 2: Histogramme (oben) und Transformationskennlinien (unten)

Lösung:

(a) Faltungskern für Sobelfilter:

$$S_x = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Der Faltungsfilter ist linear und verschiebungsinvariant.

(b) Die Grauwertstufen werden als ein Grauwertgebirge aufgefasst. In diesem Gebirge wird der Grundwasserpegel schrittweise erhöht. Erreicht das Wasser den tiefsten Punkt eines Tales, bekommt der entstehende See einen Namen. Steigt der Wasserspiegel weiter, bekommen alle Punkte, die zu einem See gehören, den Namen des tiefsten Punktes. An den Punkten, an denen Gebiete zusammenstoßen, werden Dämme gebaut, aus denen sich die Gebietsgrenzen ergeben.

- (c)
- $1 \rightarrow 6$
 - $2 \rightarrow 4$
 - $3 \rightarrow 5$

Biologische Wirkung ionisierender Strahlung

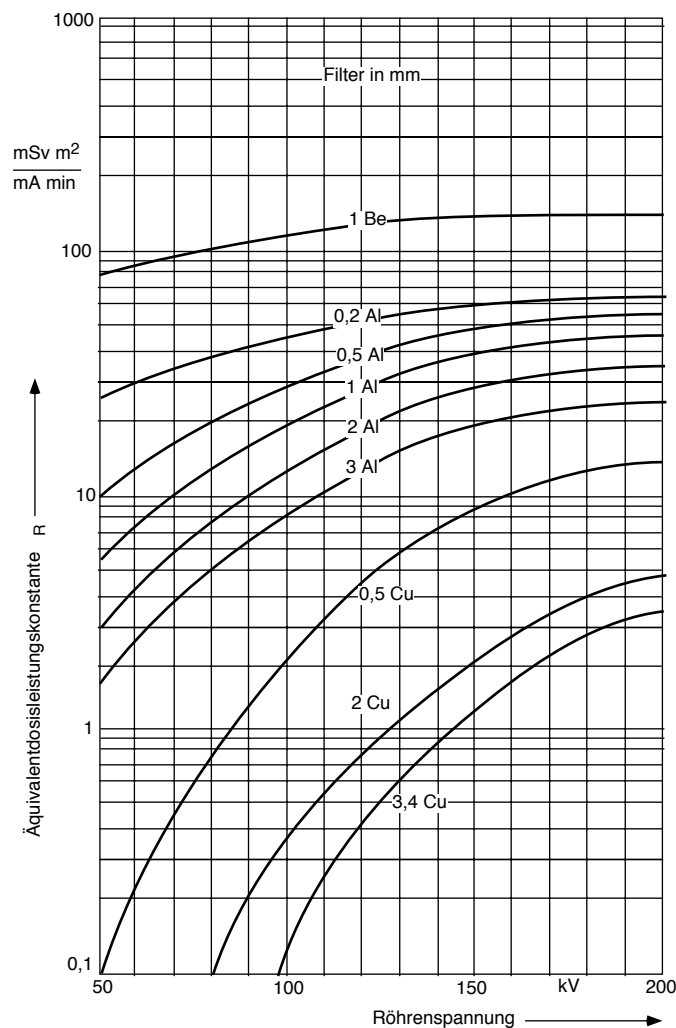
Frage 5

(11 Punkte)

Ein Röntgenröhre mit einem 3 mm dicken Aluminum-Filter wird mit $U_a = 100 \text{ kV}$ und $I_a = 15 \text{ mA}$ betrieben. Eine Person steht $d = 0.3 \text{ m}$ entfernt und erfährt eine Äquivalenzdosis $H = 25 \text{ mSv}$.

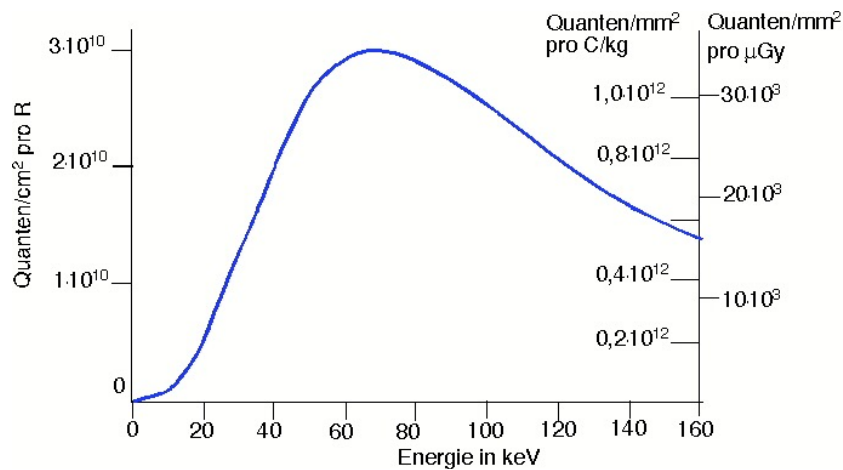
- (a) Geben Sie die allgemeine Formel für die Energie- und Äquivalenzdosis an. Wie groß ist die resultierende Energiedosis D ? (3 Punkte)
- (b) Wie viele Sekunden muss die Person vor der eingeschalteten Röhre gestanden haben um die Energiedosis erfahren zu haben? (3 Punkte)

Berücksichtigen Sie bei Ihrer Lösung folgende Abbildung:



- (c) Warum verwendet man nicht alle von der Anode emittierten Röntgenquanten zur Bildgebung sondern setzt in der Diagnostik Filter ein? (1 Punkt)
- (d) Welche Pixelgröße l wird benötigt, damit ein minimaler Kontrast $K_{min} = 0.2\%$ erreicht wird? ($\kappa = 5$) (4 Punkte)

Berücksichtigen Sie bei Ihrer Lösung folgende Abbildung:

**Lösung:**

- (a) Energie- und Äquivalenzdosis

$$\text{Energiedosis: } D = \frac{\text{In der Probe deponierte Energie}}{\text{Masse der Probe}}$$

$$\text{Äquivalenzdosis: } H = q \cdot D$$

mit q : Strahlenwichtungsfaktor.

Für Röntgenstrahlung ist $q = 1$ und somit gilt:

$$D = 25 \text{ mGy}$$

- (b) Äquivalenzdosisleistung:

Aus der Abbildung für die Äquivalenzdosisleistungskonstante bezogen auf I_A kann man ablesen:

$$\Gamma_R = \frac{H \cdot d^2}{I_A \cdot t} = 8 \frac{\text{mSv m}^2}{\text{mA min}} \approx 0,133 \frac{\text{mSv m}^2}{\text{mA s}}$$

Daraus folgt für die Belichtungszeit t :

$$t = \frac{H \cdot d^2}{I_A \cdot \Gamma_R} = 1,13 \text{ s}$$

- (c) Filter:

Da Röntgenstrahlen mit geringer Energie im menschlichen Körper vollständig absorbiert werden, und somit nicht zur Bildentstehung beitragen, werden die niederenergetischen Anteile des Röntgenspektrums durch eingebaute Filter eliminiert. Man spricht dabei von Aufhärtung.

- (d) Quantenanzahl und Kontrast:

Für den minimalen Kontrast gilt:

$$K_{\min} = \frac{\kappa}{\sqrt{N}}$$

Daraus folgt:

$$N = \frac{\kappa^2}{K_{\min}^2} = 6250000.$$

Es müssen also 6,25 Millionen Quanten pro Pixel auftreffen.

Aus der zweiten Abbildung ist abzulesen, dass für U_A ungefähr 28000 Quanten/mm² pro μGy auftreten. Bei einer Dosis von 25000 μGy treffen also $7 \cdot 10^8$ Quanten/mm² auf. Mit der geforderten Quantenanzahl folgt eine benötigte Pixelfläche von $8,9 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^2$, also eine Pixelgröße von:

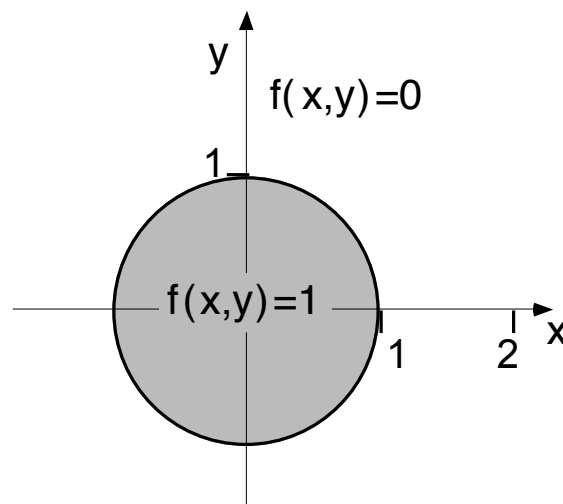
$$l = \sqrt{8,9 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^2} = 0,094 \text{ mm}.$$

Computer Thomographie (CT)

Frage 6

(10 Punkte)

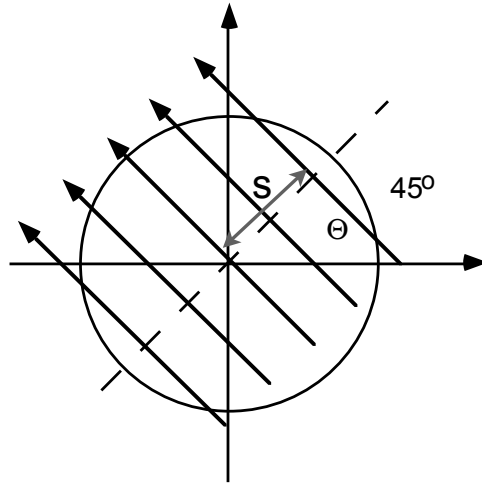
Die folgende Grafik zeigt den Querschnitt eines zylinderförmigen Objekts mit dem Wert $f(x, y) = 1$ innerhalb des Zylinders und 0 außerhalb.



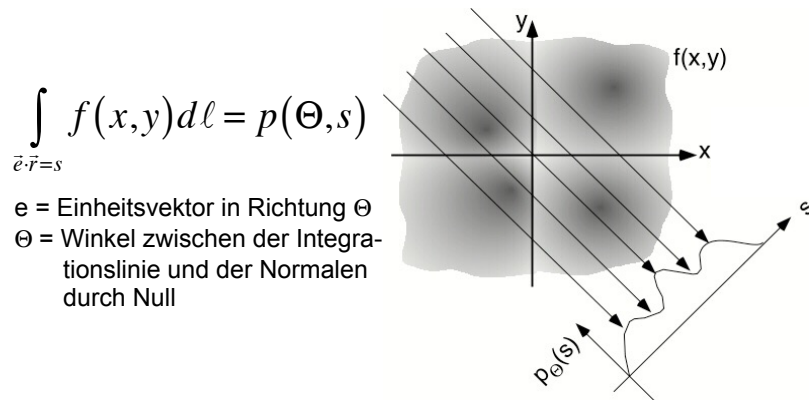
- (a) Skizzieren Sie einige Linien für die Radontransformation, über die Sie integrieren müssen, um eine Projektion zum Winkel $\Theta = 45^\circ$ zu erhalten? Geben Sie die mathematische Definition der Radontransformation an um eine Projektion $p(\Theta, s)$ zu erhalten. (3 Punkte)
- (b) Zeichnen Sie die Projektionen zu den Winkeln $\Theta = 30^\circ$ und $\Theta = 45^\circ$ in ein Koordinatensystem ein. (3 Punkte)
- (c) Wie lassen sich mit Hilfe des Fourier-Scheiben-Theorems jetzt Schnittbilder des Röntgenschwächungskoeffizienten rekonstruieren? (4 Punkte)

Lösung:

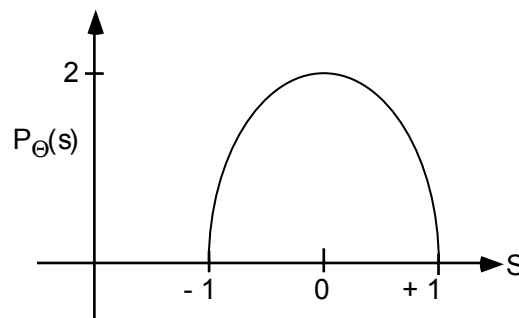
- (a) Die Linien für die Projektionen sind in der folgenden Abbildung veranschaulicht. Die Richtung der Pfeile spielt dabei keine Rolle.



Radontransformation:



- (b) Für die gegebene Anordnung liefern Projektionen zu allen Raumwinkeln Θ das gleiche Ergebnis



- (c) Es werden viele Projektionen $p_{\Theta}(s)$ zu verschiedenen Winkeln Θ aufgenommen und jede Projektion wird 1D-Fourier transformiert $P_{\Theta}(w)$. Die Ergebnisse werden auf Radialstrahlen zum Winkel Θ in die $F(u, v)$ -Ebene eingezeichnet, wobei hierbei eventuell interpoliert werden muss um die Konversion in Kartesische Koordinaten zu berücksichtigen. Das Originalbild $f(x, y)$ erhält man nun durch inverse Fouriertransformation von $F(u, v)$

Frage 7**(9 Punkte)**

- (a) Was versteht man unter Spiral-CT? Wie werden die Projektionen für die Rekonstruktion gewonnen? (3 Punkte)
- (b) In Abbildung 3 sind 4 CT-Projektionen eines 3x3 Bildes gegeben. Führen Sie den ersten Iterationsschritt für die iterative Rekonstruktion durch. (Hinweis: Ein Iterationsschritt beinhaltet die Berechnung für alle 4 Projektionen). Füllen Sie hierzu die freien Felder im beigelegten Blatt aus und erweitern Sie das Schema falls nötig. (6 Punkte)

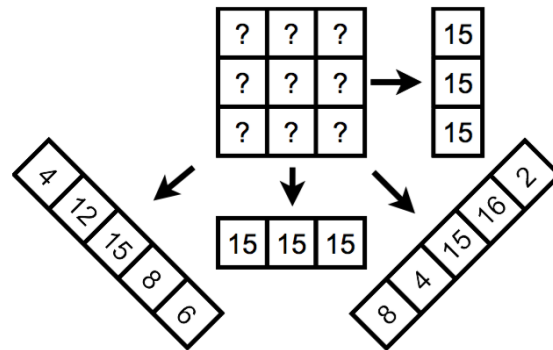
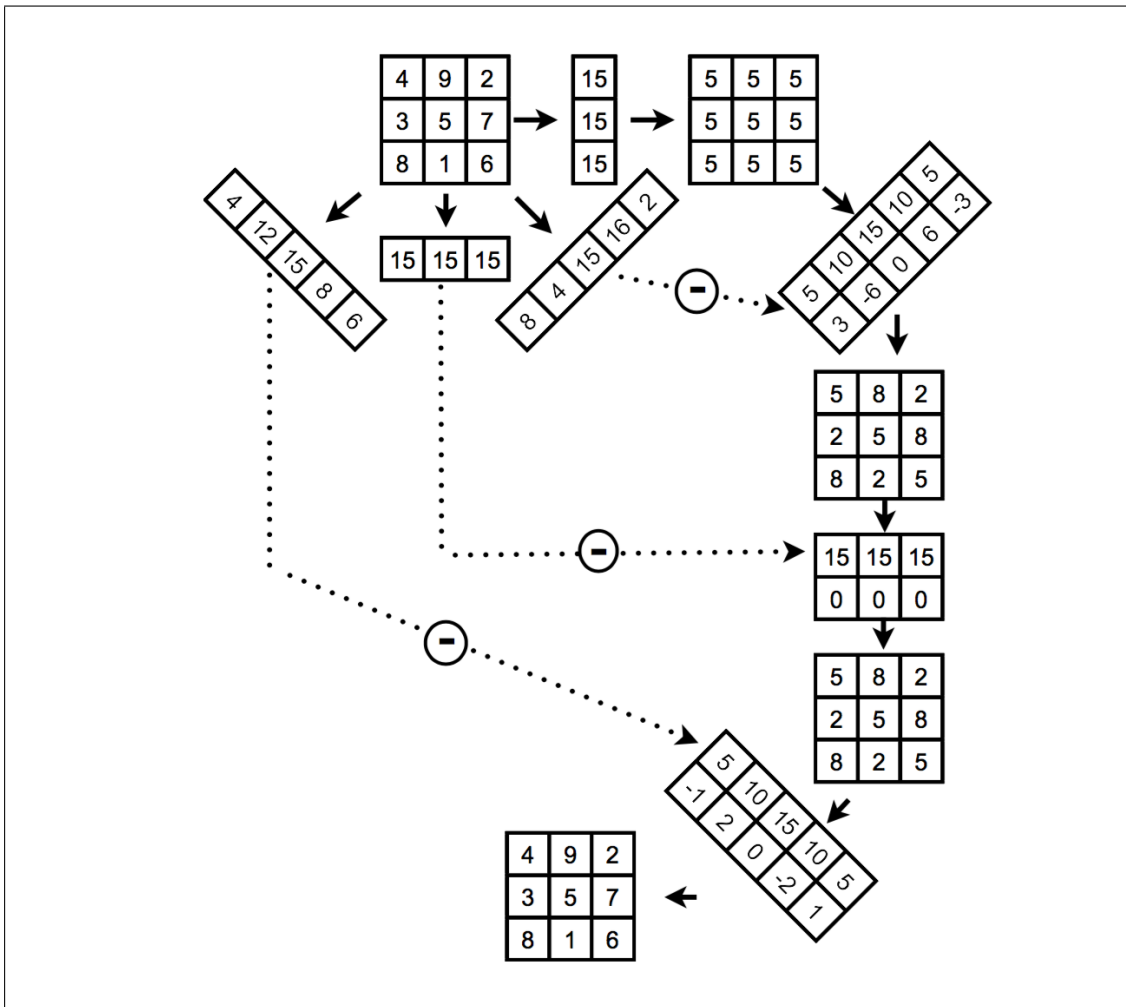


Abbildung 3: Schema für die iterative Rekonstruktion

Lösung:

- (a) Spiral-CT ist eine Methode, die es ermöglicht, relativ schnell 3D CT-Aufnahmen zu machen. Dabei wird der Patient kontinuierlich langsam weitergeschoben, während die Röhre um das Zentrum rotiert. Da kein geschlossener Kreis dabei gemessen wird, kann man aus den Messdaten direkt kein Bild rekonstruieren. Um vollständige Datensätze für jede Schicht zu erzeugen, muss eine Interpolation zwischen den Schleifen der Spirale eingesetzt werden. Da die Röhre einen vollen Kreis macht, kann redundante Information eingesetzt werden, so dass effektiv nur in Zwischenebenen im Bereich $0 < z < d/2$ interpoliert werden muss.
- (b) Siehe folgende Abbildung:

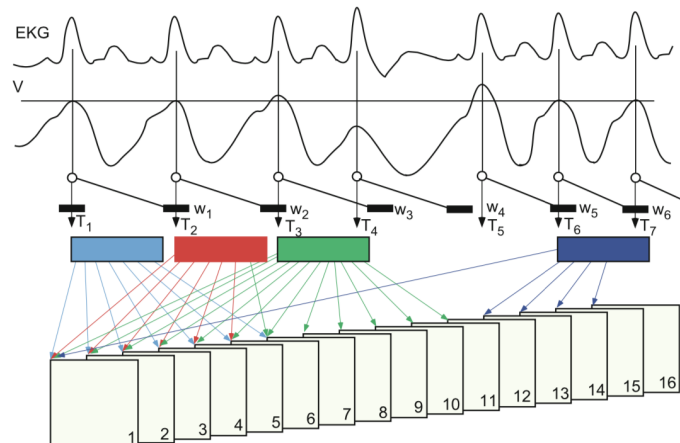


Nuklearmedizinische Messtechnik

Frage 8

(9 Punkte)

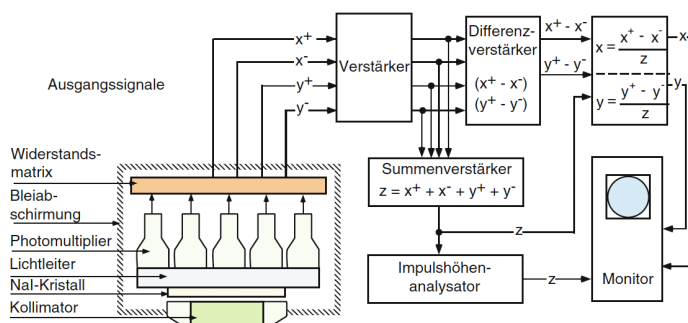
- (a) Skizzieren Sie eine Anger-Kamera (Gamma-Kamera). Beschriften und beschreiben Sie kurz die Komponenten. (5 Punkte)
- (b) Beschreiben Sie die Funktionsweise der MUGA-Technik, die in der folgenden Abbildung dargestellt wird. (1 Punkt)



- (c) Nennen Sie drei diagnostische Fragestellungen mit zugehörigem Organ bei der planaren Szintigraphie. (3 Punkte)

Lösung:

(a)



- **Kollimator:** Nachweisgebiet wird auf "Säulen" vor der Kamera beschränkt
- **NaI-Kristall / Szintillator:** Umwandlung in sichtbares Licht
- **Photomultiplier:** Lichtnachweis
- **Widerstandsmatrix:** Ermittlung des Schwerpunkts des Lichtblitzes.
Alternativ: viele A/D-Wandler und digitale Berechnung des Schwerpunkts
- **Summensignal:** Maß für die gesamte Lichtintensität
- **Impulshöhenanalysator:** Sortiert gestreute Quanten aus

(b) MUGA-Technik (Multigated Acquisition). Der Trigger T_i , der aus der R-Zacke des EKG erzeugt wird, startet die Akquisition von Daten. Später ankommende Ereignisse werden in später datierte Bilder eingetragen (Bild 1,2,...16). Fällt ein Trigger nicht in das vorgegebene Zeitfenster w , werden die Daten verworfen. Sie stammen mit großer Wahrscheinlichkeit nicht von einem regulären Herzschlag.

(c)

Organ	Diagnostische Fragestellung	Präparat (Beispiele)
Herz	Septum-Defekte, Schlagvolumen (ejection fraction)	^{201}Th -Chlorid, $^{99\text{Tc}}$ -Phosphat
Schilddrüse	Tumor, Überfunktion	^{131}J , ^{123}J , $^{99\text{Tc}}$ -Pertechnetat
Lunge	Belüftung	^{133}Xe , $^{99\text{Tc}}$ -Makroalbumin
Niere	Durchblutung, Sekretion, Exkretion	$^{99\text{Tc}}$ -Chelate (z. B. Tc-DMSA , Tc-DTPA)
Knochen	Tumor	$^{99\text{Tc}}$ -Phosphate

Single Photon Emission Computed Tomography (SPECT)

Frage 9**(8 Punkte)**

- (a) Wie ist die Aktivität definiert und in welcher Einheit wird sie gemessen? (2 Punkte)
- (b) Wozu dient der Impulshöhenanalysator in einer Gamma-Kamera? (2 Punkte)
- (c) Wie funktioniert die vereinfachte Absorptionskorrektur bei der SPECT? (4 Punkte)

Lösung:

- (a) Zahl der Zerfälle pro Sekunde; Einheit: Becquerel, Bq
- (b) Gestreute Quanten kommen nicht vom Ort des Tracers. Sie haben meistens eine kleinere Energie als die primären Quanten. Mit einem energieaufgelösten Nachweis können gestreute Quanten unterdrückt werden.
- (c) Eine Messung anterior liefert das Signal S_A :

$$S_A = k \cdot A \cdot e^{-\mu x}$$

Eine Messung posterior liefert das Signal S_P :

$$S_P = k \cdot A \cdot e^{-\mu(D-x)}$$

Das geometrische Mittel S_{GM} aus S_A und S_P ist:

$$S_{GM} = \sqrt{S_A \cdot S_P} = k \cdot A \cdot e^{-\mu D/2}$$

Aus einer Transmissionsmessung ist $\mu \cdot D$ bekannt ($\ln \frac{I_p}{I} = \mu D$). So kann das Signal S_{GM} korrigiert werden.

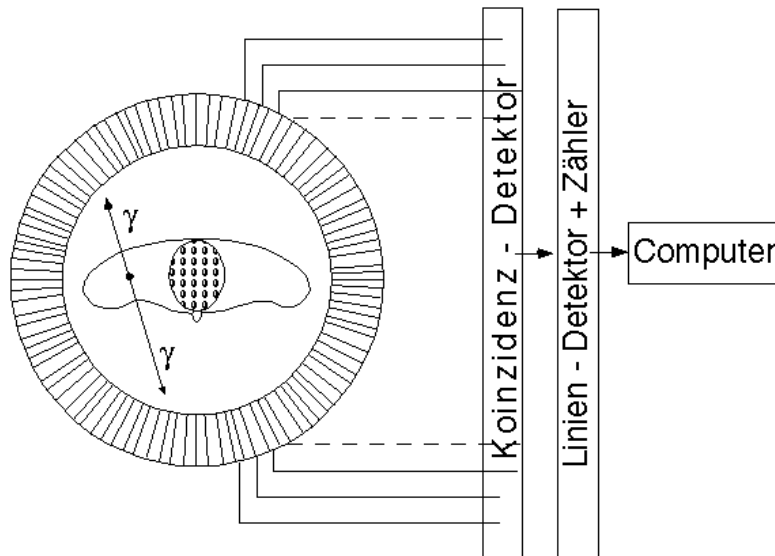
Positronen Emissions Tomographie (PET)

Frage 10**(8 Punkte)**

- (a) Skizzieren Sie ein PET-System und beschrift Sie alle Komponenten. (4 Punkte)
- (b) Welche beiden kernphysikalischen Prozesse spielen sich ab? (2 Punkte)
- (c) Wie kann man Fehler durch Absorption weitgehend kompensieren? (2 Punkte)

Lösung:

- (a) PET System, siehe Abbildung:



- (b) Die physikalischen Prozesse sind die Beta-plus-Emission und die Annihilation.

Beta-plus-Emission



Annihilation



- (c) Absorptionskorrektur: Die Wahrscheinlichkeit, dass es zu einem Koinzidenzergebnis an beiden Detektoren kommt ist das Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten für ein Ereignis an einem Detektor:

$$W_{ges} = W_1 \cdot W_2 = k_1 \cdot k_2 \cdot \exp \left\{ - \int_{x_1}^{x_2} \mu(x) dx \right\} \quad (5)$$

Mit Transmissionsmessungen ist es möglich den Exponent $\int_{x_1}^{x_2} \mu(x) dx$ zu bestimmen. Mit Hilfe dieser Größe kann jede Projektion entsprechend korrigiert werden.

